

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1.  $\left(\frac{5}{\sqrt[3]{25}}\right)^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{5}$     ②  $\frac{\sqrt{5}}{5}$     ③ 1    ④  $\sqrt{5}$     ⑤ 5

$5^{\frac{1}{2}}$

2. 함수  $f(x) = x^2 + x + 2$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의

값은? [2점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

$f' = 2x + 1$

$f'(2) = 5$

3. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^5 (a_k + 1) = 9$ 이고  $a_6 = 4$ 일 때,

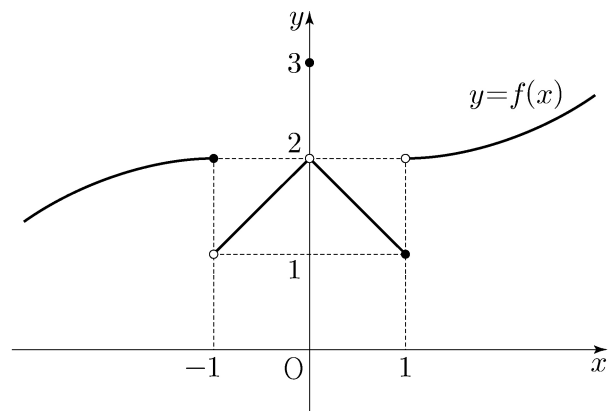
$\sum_{k=1}^6 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 6    ② 7    ③ 8    ④ 9    ⑤ 10

$\sum_{k=1}^5 a_k = 4$

$\sum_{k=1}^6 a_k = \sum_{k=1}^5 a_k + a_6 = 8$

4. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

$2 + 1$

5. 함수  $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 + 2x + 2)$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

$$f(x) = (x-1)(x+1)(x^2+2x+2)$$

$$f'(1) = 2 \times 5 \quad (\text{LH})$$

$$= 10$$

6.  $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인  $\theta$ 에 대하여  $\sin(\theta - \frac{\pi}{2}) = \frac{3}{5}$ 일 때,  $\sin\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{4}{5}$       ②  $-\frac{3}{5}$       ③  $\frac{3}{5}$       ④  $\frac{3}{4}$       ⑤  $\frac{4}{5}$

$$-\cos\theta = \frac{3}{5}$$

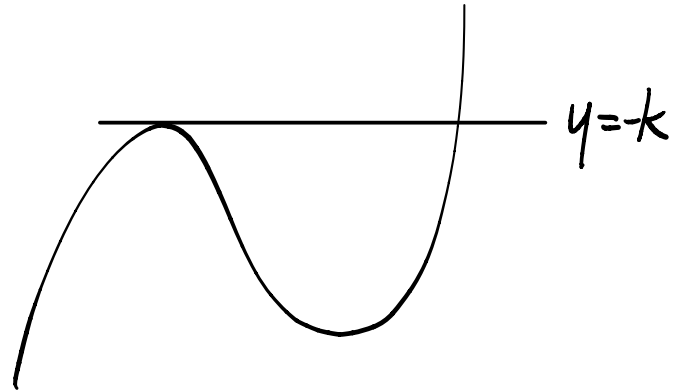
$$|\sin\theta| = \frac{4}{5}$$

$$\sin\theta < 0 \quad \text{자.}$$

7.  $x$ 에 대한 방정식  $x^3 - 3x^2 - 9x + k = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 합은? [3점]

- ① 13      ② 16      ③ 19      ④ 22      ⑤ 25

$$f(x) = -k \quad f = x^3 - 3x^2 - 9x$$



$\therefore k$ 가 극값

$$f'(x) = 3(x+1)(x-3)$$

$$f(-1) = 5$$

$$f(3) = -27$$

$$\therefore k = -5, 27$$

8.  $a_1 a_2 < 0$  인 등비수열  $\{a_n\}$  에 대하여

$$a_6 = 16, \quad 2a_8 - 3a_7 = 32$$

일 때,  $a_9 + a_{11}$  의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{5}{2}$     ②  $-\frac{3}{2}$     ③  $-\frac{1}{2}$     ④  $\frac{1}{2}$     ⑤  $\frac{3}{2}$

$$32r^2 - 48r - 32 = 0$$

$$r = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} a_9 + a_{11} &= 16\left(-\frac{1}{8} - \frac{1}{32}\right) \\ &= -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

9. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{2} & (x < 0) \\ -x^2 + 3 & (x \geq 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수  $(f(x) + a)^2$  이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$  의 값은? [4점]

- ①  $-\frac{9}{4}$     ②  $-\frac{7}{4}$     ③  $-\frac{5}{4}$     ④  $-\frac{3}{4}$     ⑤  $-\frac{1}{4}$

$a=0$  불연속

$$\therefore \left| \lim_{x \rightarrow 0^+} (f(x) + a) \right| = \left| \lim_{x \rightarrow 0^-} (f(x) + a) \right|$$

$$a - \frac{1}{2} = -(3 + a)$$

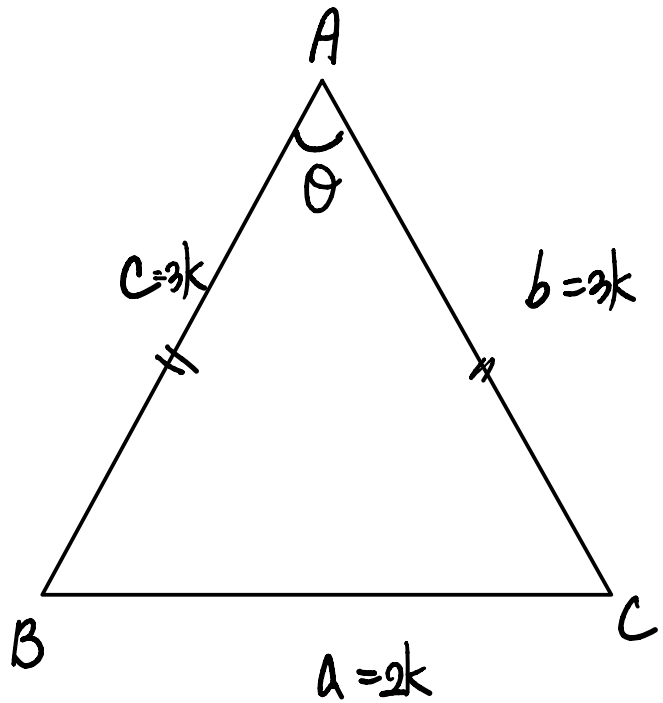
$$a = -\frac{5}{4}$$

10. 다음 조건을 만족시키는 삼각형 ABC 의 외접원의 넓이가  $9\pi$  일 때, 삼각형 ABC 의 넓이는? [4점]

(가)  $3 \sin A = 2 \sin B$

(나)  $\cos B = \cos C$      $B=C$  (예각)

- ①  $\frac{32}{9} \sqrt{2}$     ②  $\frac{40}{9} \sqrt{2}$     ③  $\frac{16}{3} \sqrt{2}$   
 ④  $\frac{56}{9} \sqrt{2}$     ⑤  $\frac{64}{9} \sqrt{2}$



By (가),  $a:b = 2:3$

By Cosine law,

$$\cos \theta = \frac{14k^2}{18k^2} = \frac{7}{9}$$

$$\sin \theta = \frac{4\sqrt{5}}{9}$$

$$\frac{2k}{\sin \theta} = 6 \quad (R=3) \quad \therefore k = \frac{4\sqrt{5}}{3}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot (3k)^2 \cdot \sin \theta = \frac{64}{9} \sqrt{5}$$

11. 최고차항의 계수가 1이고  $f(0)=0$ 인 삼차함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-1}{x-a} = 3$$

을 만족시킨다. 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(a, f(a))$ 에서의 접선의  $y$ 절편이 4일 때,  $f(1)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

- ① -1    ② -2    ③ -3    ④ -4    ⑤ -5

$$f(a)=1, f'(a)=3$$

$$\begin{aligned} \text{접선, } y &= 3(x-a) + 1 \\ &= 3x + 4 \end{aligned}$$

$$\therefore a = -1$$

$$f(x) = x^3 + px^2 + qx$$

$$f(-1) = 1 = -1 + p - q$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2px + q$$

$$f'(-1) = 3 = 3 - 2p + q$$

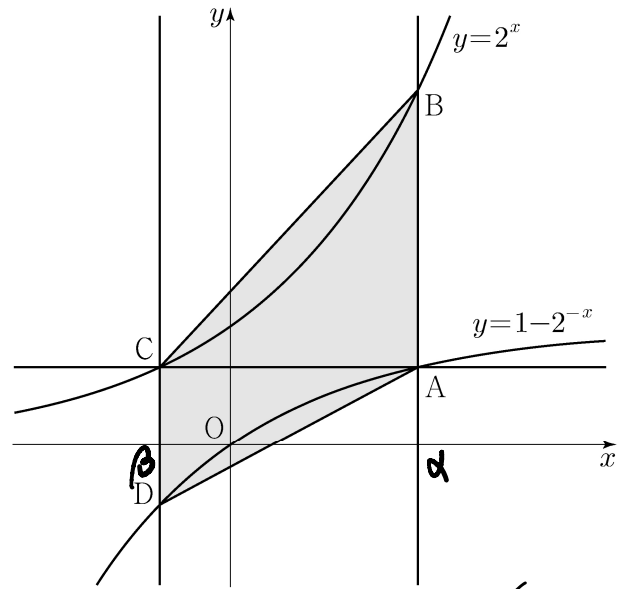
$$\begin{aligned} \rightarrow \begin{cases} p - q = 2 \\ 2p - q = 0 \end{cases} & \quad q = -2, \quad p = -4 \end{aligned}$$

$$f = x^3 - 2x^2 - 4x$$

$$f(1) = -1$$

12. 그림과 같이 곡선  $y=1-2^{-x}$  위의 제1사분면에 있는

점 A를 지나고  $y$ 축에 평행한 직선이 곡선  $y=2^x$ 과 만나는 점을 B라 하자. 점 A를 지나고  $x$ 축에 평행한 직선이 곡선  $y=2^x$ 과 만나는 점을 C, 점 C를 지나고  $y$ 축에 평행한 직선이 곡선  $y=1-2^{-x}$ 과 만나는 점을 D라 하자.  $\overline{AB} = 2\overline{CD}$ 일 때, 사각형 ABCD의 넓이는? [4점]



- ①  $\frac{5}{2}\log_2 3 - \frac{5}{4}$     ②  $3\log_2 3 - \frac{3}{2}$     ③  $\frac{7}{2}\log_2 3 - \frac{7}{4}$     ④  $4\log_2 3 - 2$     ⑤  $\frac{9}{2}\log_2 3 - \frac{9}{4}$

관계식.

$$\begin{aligned} 2^\alpha - (1 - 2^{-\alpha}) &= 2 \{ 2^\beta - (1 - 2^{-\beta}) \} \\ 1 - 2^\alpha &= 2^\beta \end{aligned}$$

연립 & 치환 ( $2^\alpha = X$ )

$$X - (1 - \frac{1}{X}) = 2(1 - \frac{1}{X} - (1 - \frac{1}{1-X}))$$

$$X^2 - X + 1 = -2 + \frac{2X^2}{X-1}$$

$$(X^2 - X + 1)(X-1) = 2 - 2X + 2X^2$$

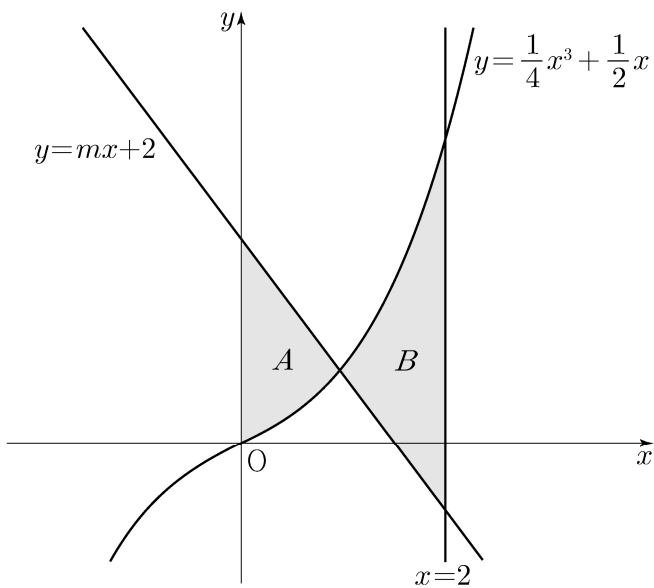
$$X^3 - 2X^2 + 2X - 1 = 2X^2 - 2X + 2$$

$$X^3 - 4X^2 + 4X - 3 = (X-3)(X^2 - X + 1) = 0$$

$$\therefore X = 2^\alpha = 3 \quad \alpha = \log_2 3 \quad \beta = 1 - \log_2 3$$

$$\therefore S = \frac{\pi}{3} (1 + \frac{1}{2}) \times (\alpha - \beta) \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{2} (2\log_2 3 - 1) \times \frac{1}{2}$$

13. 곡선  $y = \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2}x$ 와 직선  $y = mx + 2$  및  $y$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를  $A$ , 곡선  $y = \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2}x$ 와 두 직선  $y = mx + 2$ ,  $x = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $B$ 라 하자.  $B - A = \frac{2}{3}$ 일 때, 상수  $m$ 의 값은? (단,  $m < -1$ ) [4점]
- ①  $-\frac{3}{2}$     ②  $-\frac{17}{12}$     ③  $-\frac{4}{3}$     ④  $-\frac{5}{4}$     ⑤  $-\frac{7}{6}$



$$\int_0^2 (\frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2}x - mx - 2) dx = \frac{2}{3}$$

$$\frac{x^4}{16} + \frac{1-2m}{4} x^2 - 2x \Big|_0^2$$

$$1 + (1-2m) - 4 = \frac{2}{3}$$

$$2m = -\frac{8}{3}$$

14. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수  $k$ 의 값의 합은? [4점]

$\log_2 \sqrt{-n^2 + 10n + 75} - \log_4(75 - kn)$ 의 값이 양수가 되도록 하는 자연수  $n$ 의 개수가 12이다.

- ① 6    ② 7    ③ 8    ④ 9    ⑤ 10

진짜진짜.

$$-5 < n < 15 \quad \& \quad 75 - kn > 0.$$

$$\log_2 \sqrt{\frac{-n^2 + 10n + 75}{75 - kn}} > 0$$

↕

$$-n^2 + 10n + 75 > 75 - kn$$

$$\Rightarrow n^2 - (10+k)n < 0 \quad \therefore 0 < n < 10+k.$$

$$\therefore \#(n) = 12$$

Case 1)  $0 < n < 10+k$ 로 만족.  $k=2$

Case 2) 진짜진짜로 만족.  $n < \frac{75}{k} = 12.xx$

$$\therefore k=6.$$

⑨

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 와 상수  $k(k \geq 0)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} 2x - k & (x \leq k) \\ f(x) & (x > k) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수  $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능하다.

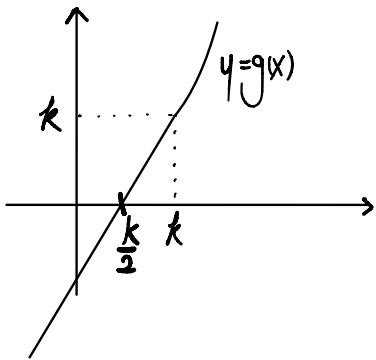
(나) 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_0^x g(t) \{ |t(t-1)| + t(t-1) \} dt \geq 0 \text{ 이고}$$

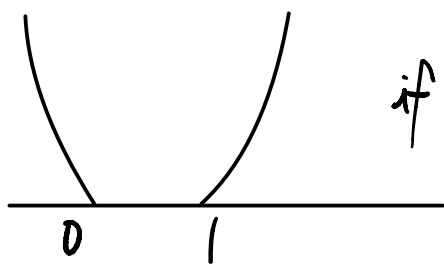
$$\int_3^x g(t) \{ |(t-1)(t+2)| - (t-1)(t+2) \} dt \geq 0 \text{ 이다.}$$

$g(k+1)$ 의 최솟값은? [4점]

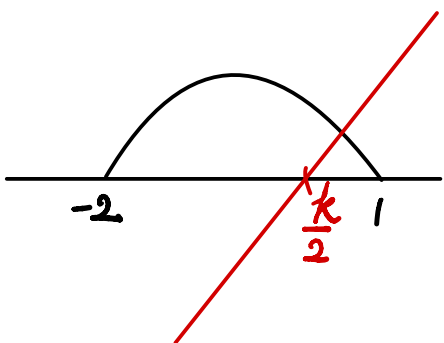
- ①  $4 - \sqrt{6}$       ②  $5 - \sqrt{6}$       ③  $6 - \sqrt{6}$
- ④  $7 - \sqrt{6}$       ⑤  $8 - \sqrt{6}$



나) 해석.



if  $a = \frac{k}{2} \cdot g(x) < 0 \Rightarrow \int_0^a < 0$  인  $a$  존재.  
 $\therefore \frac{k}{2} \leq 1$ .



$\frac{k}{2} < 1 \Rightarrow \int_a^1 < 0$  인  $a$  존재

$\therefore k \geq 2 \Rightarrow k = 2$ .

$f(2) = 2 = f'(2)$ .

$f(x) = (x-2)^3 + a(x-2)^2 + 2(x-2) + 2$

$f' \geq 0$  이어야 함

$f' = 3t^2 + 2at + 2$      $\frac{D}{4} = a^2 - 6 \leq 0 \therefore -\sqrt{6} \leq a \leq \sqrt{6}$ .

$g(3) = 1 + a + 2 + 2 = 5 + a$      $\min \text{ of } g(3) = 5 - \sqrt{6}$ .

단답형

16. 방정식  $\log_2(x+1) - 5 = \log_{\frac{1}{2}}(x-3)$ 을 만족시키는 실수  $x$ 의 값을 구하시오. [3점]

$(x+1)(x-3) = 2^5$

$x=7$ .

17. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 6x^2 + 2$ 이고  $f(0) = 3$ 일 때,  $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$f = 2x^3 + 2x + 3$

$f(2) = 23$ .

18.  $\sum_{k=1}^9 (ak^2 - 10k) = 120$  일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$285a - 450 = 120$$

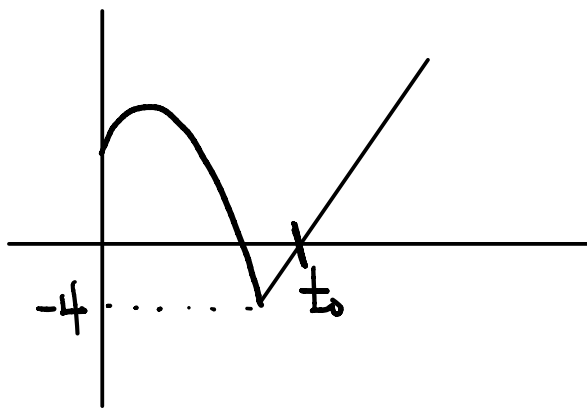
$$a = 2$$

19. 시각  $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t) = \begin{cases} -t^2 + t + 2 & (0 \leq t \leq 3) \\ k(t-3) - 4 & (t > 3) \end{cases}$$

이다. 출발한 후 점 P의 운동 방향이 두 번재로 바뀌는 시각에서의 점 P의 위치가 1일 때, 양수  $k$ 의 값을 구하시오.

[3점]



$$\int_0^{t_0} v dt = 1$$

$$= \int_0^3 v dt + \int_3^{t_0} v dt = 1$$

작각△

$$\left[ -\frac{t^3}{3} + \frac{t^2}{2} + 2t \right]_0^3 - \frac{8}{k} = 1$$

$$\frac{3}{2} - \frac{8}{k} = 1 \quad \underline{k=16}$$

20. 5 이하의 두 자연수  $a, b$ 에 대하여 열린구간  $(0, 2\pi)$ 에서 정의된 함수  $y = a \sin x + b$ 의 그래프가 직선  $x = \pi$ 와 만나는 점의 집합을  $A$ 라 하고, 두 직선  $y=1, y=3$ 과 만나는 점의 집합을 각각  $B, C$ 라 하자.  $n(A \cup B \cup C) = 3$ 이 되도록 하는  $a, b$ 의 순서쌍  $(a, b)$ 에 대하여  $a+b$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M \times m$ 의 값을 구하시오. [4점]

1)  $b=1 \quad A=B \quad n(A \cup B) = 1$

$$A \cap C = \emptyset \text{ 이므로}$$

$y=3$ 과 그래프 교점이 2개.

$$\therefore a > 2 \quad \therefore a+b > 3$$

2)  $b=3 \quad A=C \quad n(A \cup C) = 1$

$$A \cap B = \emptyset \text{ 이므로}$$

$y=1$ 과 그래프 교점이 2개.

$$a > 2. \quad \therefore a+b > 5$$

3)  $a=2$ 일때,  $b=1$ 이면

$$n(A) = n(B) = n(C) = 1$$

$$A \cap B = A \cap C = B \cap C = \emptyset \text{ 이므로}$$

$$a+b = 3$$

4)  $a=5$ 일때,  $b \leq 2$ 이면 정함.  $n(A \cup B \cup C) = 2$ .

$b=4$ 이면 "  $n(A \cup B \cup C) = 4$

$$(b=3)$$

$$3 \leq a+b \leq 8$$

$$(24)$$

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f'(a) \leq 0$ 인 실수  $a$ 의 최댓값은 2이다.
- (나) 집합  $\{x \mid f(x) = k\}$ 의 원소의 개수가 3 이상이 되도록 하는 실수  $k$ 의 최솟값은  $\frac{8}{3}$ 이다.

$f(0) = 0, f'(1) = 0$ 일 때,  $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

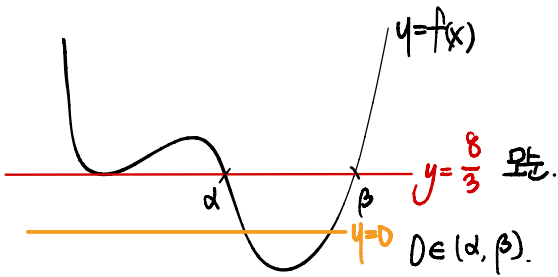
122 점.  $\therefore f'(2) = 0$  구간.

if:  $f(x)$ 가 극대 X

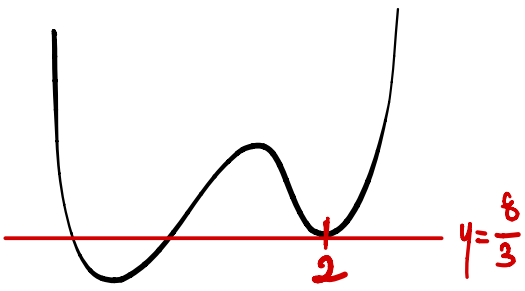
$\Rightarrow f(x) = k$ 의 근 Max 2개.

$\therefore f(x)$ 는 극대를 가짐.

By (나), 두 근 중 큰 것이  $\frac{8}{3}$ 이다.



Modify



$$f(x) = x^4 + px^3 + qx^2 + rx$$

$$f'(x) = 4x^3 + 3px^2 + 2qx + r$$

연립  $\begin{cases} f'(1) = 4 + 3p + 2q + r = 0 \\ f'(2) = 32 + 12p + 4q + r = 0 \\ f(2) = 16 + 8p + 4q + 2r = \frac{8}{3} \end{cases}$

$$9p + 2q = -28$$

$$2p = -\frac{16}{3}$$

$$\therefore p = -\frac{8}{3}, q = -2, r = 8$$

$$f(x) = x^4 - \frac{8}{3}x^3 - 2x^2 + 8x \quad f(3) = 81 - 72 - 18 + 24 = 15$$

22. 수열  $\{a_n\}$ 은

$$a_2 = -a_1$$

이고,  $n \geq 2$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - \sqrt{n} \times a_{\sqrt{n}} & (\sqrt{n} \text{이 자연수이고 } a_n > 0 \text{인 경우}) \\ a_n + 1 & (\text{그 외의 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다.  $a_{15} = 1$ 이 되도록 하는 모든  $a_1$ 의 값의 곱을 구하시오. [4점]

11: 4-5 주의  
9-10

$$a_{15} = 1$$

↓

$$a_{14} = 0$$

↓

⋮

$$a_{10} = -4$$

↓

$$a_9 = -5$$

⋮

$$a_5 = -9$$

↓

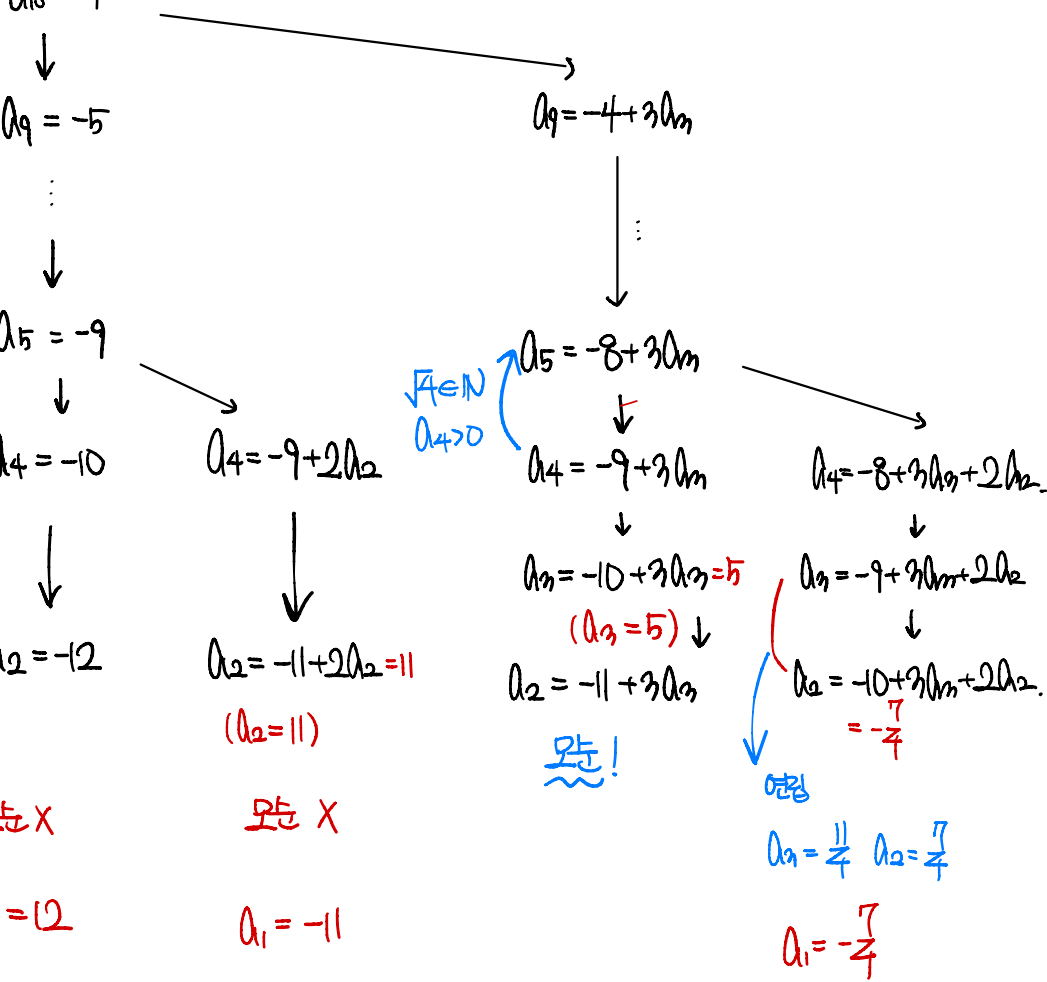
$$a_4 = -10$$

↓

$$a_2 = -12$$

모든 X

$$a_1 = 12$$



$$|2 \times (-11) \times (-7)| = 154$$

- \* 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
  - 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.